

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد - دی ماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			

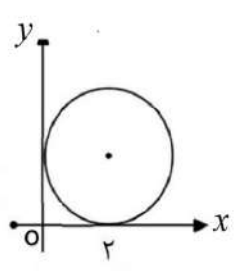
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
------	------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (چهار عمل اصلی و بدون حافظه) مجاز است

### سؤالات فصل اول

۱	الف) اگر در ماتریس $A$ تعداد سطرها با تعداد ستونها برابر باشد، ماتریس $A$ را مربعی می‌نامیم. (درست - نادرست) ب) $A = \begin{bmatrix} m & 2-m \\ 0 & n \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر است. مقدار عددی $n$ برابر ..... می‌باشد. پ) دترمینان ماتریس مربعی $A$ برابر ۲ می‌باشد. در این صورت مقدار $ A^{-1} $ برابر ..... است. گزینه درست قسمت (ت) را در پاسخ برگ بنویسید. ت) مقدار عددی $a_{23}$ در ماتریس $A = [i - j]_{3 \times 3}$ کدام است؟ <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> -۱	۱
۱/۵	۲ با فرض $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس $A^{49}$ را محاسبه کنید.	۲
۱	۳ دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ را بر حسب ستون اول به دست آورید.	۳
۱	۴ نشان دهید ماتریس $A = \begin{bmatrix}  2A  & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست.	۴
۱/۵	۵ $A = \begin{bmatrix} m-1 & 1 \\ 2 & m \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات یک دستگاه خطی هستند. دستگاه معادلات را تشکیل دهید و مقدار $m$ را طوری تعیین کنید که دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد.	۵

### سؤالات فصل دوم

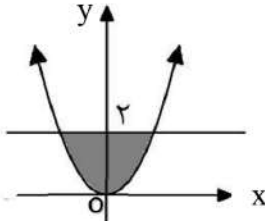
۰/۵	۶ الف) هرگاه دو خط $d$ و $l$ موازی باشند، از دوران $d$ حول $l$ سطحی ایجاد می‌شود که آن را یک سطح ..... می‌نامیم. ب) نقطه دلخواه $M$ در صفحه بیضی مفروض است. اگر مجموع فاصله‌های نقطه مورد نظر از دو کانون بیضی، بیشتر از اندازه قطر بزرگ بیضی باشد، آنگاه نقطه $M$ در درون بیضی قرار دارد. (درست - نادرست)	۶
۱/۵	۷ نقاط $A$ و $B$ و $C$ در یک صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از نقاط $A$ و $B$ به یک فاصله بوده و از نقطه $C$ به فاصله ۲ سانتی‌متر باشد (در مورد تعداد جواب‌های ممکن بحث کنید).	۷
۱/۲۵	۸ در شکل مقابل، دایره $C(M, R)$ بر محورهای مختصات مماس است. مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره را بیابید و سپس معادله ضمنی دایره را بنویسید. 	۸
صفحه ۱ از ۲		

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد - دی ماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
------	------------------------	------

۹	وضعیت خط به معادله $X + Y = 4$ و دایره به معادله $X^2 + Y^2 = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۲۵
۱۰	در بیضی فاصله یک کانون از نزدیک ترین رأس برابر ۲ و اندازه قطر کوچک بیضی برابر ۸ است. مقدار خروج از مرکز بیضی را تعیین کنید.	۱/۵
۱۱	سهمی به معادله $Y^2 = -2X - 4Y$ مفروض است. (الف) معادله متعارف (استاندارد) سهمی را بنویسید. (ب) مختصات رأس و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۲	نقطه دلخواه M روی سهمی مفروض است. ثابت کنید هر دایره به مرکز M که از کانون سهمی بگذرد، بر خط هادی سهمی مماس است.	۰/۷۵

#### سؤالات فصل سوم

۱۳	حاصل هر کدام از عبارات گروه A را از گروه B انتخاب کنید. (دو مورد از گروه B اضافی است)	۰/۵														
<table border="1"> <tr> <th colspan="4">گروه B</th> <th></th> <th colspan="2">گروه A</th> </tr> <tr> <td><math>\vec{i}</math></td> <td><math>\vec{k}</math></td> <td><math>\vec{j}</math></td> <td><math>\vec{o}</math></td> <td></td> <td>الف) <math>(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})</math></td> <td>ب) <math>(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}</math></td> </tr> </table>			گروه B					گروه A		$\vec{i}$	$\vec{k}$	$\vec{j}$	$\vec{o}$		الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$	ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$
گروه B					گروه A											
$\vec{i}$	$\vec{k}$	$\vec{j}$	$\vec{o}$		الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$	ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$										
۱۴	<p>برای موارد (الف) و (ب) پاسخ صحیح را از گزینه های داده شده انتخاب کنید و در پاسخ برگ بنویسید.</p> <p>(الف) رابطه مربوط به قسمت رنگی کدام است؟</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <input type="checkbox"/> <math>x^2 \leq y \leq 2</math> <input type="checkbox"/> <math>2 \leq y \leq x^2</math> </div> </div> <p>(ب) شرط هم صفحه بودن برای هر سه بردار غیر صفر <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> و <math>\vec{c}</math> کدام است؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <input type="checkbox"/> <math>\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{o}</math> <input type="checkbox"/> <math>\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0</math> </div>	۰/۵														
۱۵	<p>بردارهای <math>\vec{a} = (2, -1, 1)</math> و <math>\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}</math> مفروض اند.</p> <p>(الف) زاویه بین دو بردار <math>\vec{a} - \vec{b}</math> و <math>\vec{b}</math> را به دست آورید.</p> <p>(ب) مختصات بردار عمود بر دو بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> را بیابید.</p>	۲														
۱۶	<p>بردارهای <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> به اندازه های ۳ و ۴ با یکدیگر زاویه ی <math>30^\circ</math> می سازند.</p> <p>مساحت مثلثی که توسط دو بردار <math>(-\vec{a})</math> و <math>(-\vec{b})</math> ساخته می شود را محاسبه کنید.</p>	۱/۵														
۱۷	<p>برای هر دو بردار دلخواه <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> ثابت کنید:</p> $ \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 =  \vec{a} ^2  \vec{b} ^2$	۱/۵														

موفق باشید

جمع نمره

۲۰

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) ۲ (۰/۲۵) پ) $\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) ت) -۱ (۰/۲۵) ص ۱۱	۱
۲	ص ۲۰ $A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I \quad (۰/۵)$ $(A^2)^{2^8} = (-I)^{2^8} \rightarrow A^{2^8} = I^{2^8} = I \quad (۰/۵) \rightarrow A^{2^9} = A^{2^8} \times A = I \times A = A \quad (۰/۵)$	۱/۵
۳	ص ۲۸ $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow  A  = (-1) \times 2 \times \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1) \times 0 \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1) \times (-3) \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = (-32) + 0 + 12 = (-20) \quad (۰/۲۵)$	۱
۴	ص ۲۳ و ۳۰ در نتیجه A وارون پذیر نیست. (۰/۲۵) $ A  =  2A  \times 1 - (0 \times 1) \rightarrow  A  =  2A  \quad (۰/۵) \rightarrow  A  = 4 A  \quad (۰/۲۵) \rightarrow  A  = 0 \quad (۰/۲۵)$	۱
۵	ص ۲۶ و ۳۱ <b>روش اول:</b> $AX=B \Rightarrow \begin{bmatrix} m-1 & 1 \\ 2 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \rightarrow \begin{cases} 2m = 4 \rightarrow m = 2 \quad (۰/۲۵) \\ 4m - 4 = 4 \rightarrow m = 2 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ <b>روش دوم:</b> $\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} m = -1 \Rightarrow \frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} \neq \frac{2}{4} \quad (۰/۲۵) \\ m = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ $m = 2 \quad (۰/۲۵)$ قابل قبول است.	۱/۵
۶	الف) استوانه ای (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۴۷	۰/۵
۷	ص ۳۹ مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله اند، عمودمنصف پاره خط AB (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۲ cm باشند، دایره ای به مرکز نقطه C و شعاع ۲ cm است. (۰/۲۵) فصل مشترک دو مکان هندسی مورد نظر جواب مسأله است. (۰/۲۵) الف) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm را قطع کند، مسأله دو جواب دارد. (۰/۲۵) ب) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm مماس باشد، مسأله یک جواب دارد. (۰/۲۵) پ) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm را قطع نکند، مسأله فاقد جواب است. (۰/۲۵) به بحث در حالات مختلف به کمک رسم شکل نیز نمره منظور گردد.	۱/۵
۸	ص ۴۰ و ۴۱ چون دایره بر محورهای مختصات مماس است، پس: $R = 2 \quad (۰/۲۵)$ $M(2,2) \quad (۰/۲۵)$ $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \quad (۰/۵) \rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0 \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵



راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
۹	<div>ص ۴۵ و ۴۶</div> <div>روش اول:</div> <div><math>O(0,0) \quad R=2 \quad (0/25)</math></div> <div>فاصله مرکز دایره از خط مورد نظر</div> <div><math>OH = \frac{ x+y-4 }{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{ 0+0-4 }{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \quad (0/5)</math></div> <div>چون <math>OH &gt; R</math> بنابراین خط دایره را قطع نمی کند. <math>(0/25)</math></div> <div>روش دوم:</div> <div><math>x^2 + y^2 = 4 \rightarrow x^2 + (4-x)^2 = 4 \quad (0/5) \rightarrow 2x^2 - 8x + 12 = 0 \quad (0/25) \rightarrow \Delta = -32 &lt; 0 \quad (0/25)</math></div> <div>معادله جواب ندارد. در نتیجه خط و دایره هیچ نقطه برخوردی ندارند. <math>(0/25)</math></div>		
۱۰	<div>ص ۴۸ و ۴۹</div> <div><math>a-c=2 \quad (0/25)</math></div> <div><math>a^2 - c^2 = b^2 \rightarrow a^2 - c^2 = 16 \rightarrow (a-c)(a+c) = 16 \rightarrow a+c=8 \quad (0/5)</math></div> <div><math>\begin{cases} a-c=2 \\ a+c=8 \end{cases} \rightarrow a=5, c=3 \quad (0/5) \rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \quad (0/25)</math></div>		
۱۱	<div>الف)</div> <div><math>y^2 = -2x - 4y \rightarrow y^2 + 4y + 4 = -2x + 4 \rightarrow (y+2)^2 = -2(x-2) \quad (0/5)</math></div> <div>ب) ص ۵۴ و ۵۸</div> <div><math>\begin{cases} A(2,-2) \quad (0/25) \\ 4a=2 \rightarrow a=\frac{1}{2} \quad (0/25) \end{cases} \quad x = \frac{5}{2} \quad (0/25)</math></div>		
۱۲	<div>از آنجایی که M نقطه ای روی سهمی است، در نتیجه فاصله M از کانون و خط هادی برابر است. <math>(0/25)</math></div> <div>پس هر دایره که مرکز آن نقطه M بوده و از کانون بگذرد شعاعی برابر MF خواهد داشت. <math>(0/25)</math></div> <div>و بنابراین دایره به مرکز M و شعاع MF برخط هادی سهمی مماس است. <math>(0/25)</math></div> <div>ص ۵۸</div>		
۱۳	<div>الف) <math>\vec{k} \quad (0/25)</math> ص ۸۲</div> <div>ب) <math>\vec{i} \quad (0/25)</math> ص ۷۹</div> <div>۰/۵</div>		
۱۴	<div>الف) <math>x^2 \leq y \leq 2 \quad (0/25)</math> ص ۶۳</div> <div>ب) <math>\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0 \quad (0/25)</math> ص ۸۳ و ۸۴</div> <div>۰/۵</div>		
صفحه ۲ از ۳			

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترکران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
۱۵	<p>(الف) ص ۷۳ و ۷۴ و ۷۸</p> $\vec{a}-\vec{b}=(1,0,1) \quad (0/25)$ $(\vec{a}-\vec{b}) \cdot \vec{b} =  \vec{a}-\vec{b}  \cdot  \vec{b}  \cos \theta \rightarrow 1 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \cos \theta \quad (0/75) \rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ \quad (0/25)$ $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 1\vec{i} + 1\vec{j} - \vec{k} = (1,1,-1) \quad (0/75)$ <p>(ب) ص ۸۴</p> <p>پاسخ نهایی به یکی از دو صورت <math>\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}</math> یا <math>(1,1,-1)</math> یا مضاربی از بردار حاصل مورد پذیرش است.</p>		
۱۶	<p>ص ۷۴ و ۸۱ و ۸۴</p> $S = \frac{1}{2} \left  (-2\vec{a}) \times (-\vec{b}) \right  \quad (0/5) \rightarrow S = \frac{1}{2} \times 2 \left  \vec{a} \times \vec{b} \right  = \left  \vec{a} \times \vec{b} \right  \quad (0/5)$ $S = \left  \vec{a} \right  \left  \vec{b} \right  \sin 30^\circ = 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6 \quad (0/5)$		
۱۷	<p>ص ۷۸ و ۸۱</p> $\left  \vec{a} \times \vec{b} \right ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \underbrace{\left  \vec{a} \right ^2 \left  \vec{b} \right ^2}_{(0/5)} \sin^2 \theta + \underbrace{\left  \vec{a} \right ^2 \left  \vec{b} \right ^2}_{(0/5)} \cos^2 \theta = \underbrace{\left  \vec{a} \right ^2 \left  \vec{b} \right ^2}_{(0/25)} (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = \underbrace{\left  \vec{a} \right ^2 \left  \vec{b} \right ^2}_{(0/25)}$		
۲۰	جمع نمره		
همکاران گرامی، خدا قوت			
صفحه ۳ از ۳			